


DS 1 - mardi 11 octobre 2022 - sujet A

Durée : 1h50

Calculatrice est autorisée

Nom : Prénom :

TOTAL sur 20

 Exercice 1
/ 4

 Exercice 2
/ 3

 Exercice 2
/ 5

 Exercice 4
/ 8
Exercice 1.

4 points

Dans cet exercice, les résultats seront si nécessaire, arrondis au millièème près.

Des batteries des smartphones produits par un fabricant proviennent de deux fournisseurs notés A et B.

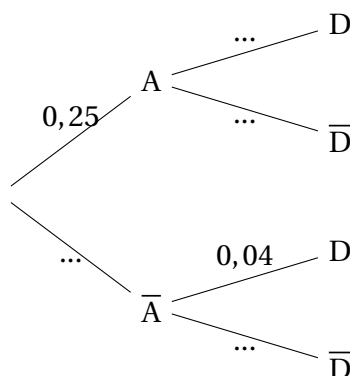
2 % des batteries qui proviennent du fournisseur A sont défectueuses et 4 % des batteries qui proviennent du fournisseur B sont défectueuses.

Pour des raisons de prix, 25 % des batteries utilisés pour la production des smartphones proviennent du fournisseur A.

On choisit au hasard une batterie dans l'ensemble des batteries. On considère les événements suivants :

- A l'évènement « la batterie provient du fournisseur A » ;
- D l'évènement « la batterie est défectueuse ».

1. Recopier et compléter l'arbre probabiliste modélisant la situation :



2. Calculer la probabilité que la batterie n'ait pas de défaut et provienne du fournisseur B.
3. Montrer que la probabilité qu'une batterie n'a pas de défaut est égale à 0,965.
4. Quelle est la probabilité qu'une batterie défectueuse provienne du fournisseur B ?

Exercice 2.

3 points

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation suivante : $\frac{e^{2x^2}}{e^{1-x}} = e^2$
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $e^{3x-2} \times e^{1-5x} \leq 1$

**Exercice 3.**

5 points

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par la relation : $f(x) = \frac{e^{1-2x}}{x}$.

1. Montrer que $f'(x) = \frac{(-1-2x)e^{1-2x}}{x^2}$, où f' désigne la fonction dérivée de la fonction f .
2. Etudier le sens de variation de la fonction f et dresser son tableau de variations sur \mathbb{R}^* . *On ne demande pas de calculer les ordonnées.*
3. Déterminer l'équation de la tangente \mathcal{T}_1 à la courbe \mathcal{C}_f au point d'abscisse 1.

Exercice 4.

8 points

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 10\,000$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = 0,95u_n + 200$.

1. Calculer u_1 et vérifier que $u_2 = 9415$. En déduire que (u_n) n'est ni arithmétique ni géométrique.
2. La fonction Python nommée `suite` est définie ci-dessous. Que représente la valeur renvoyée par `suite(8)` ?

```
def suite(n) :
    u=10000
    for i in range(n) :
        u=0.95*u+200
    return u
```

3. (a) Démontrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence, que
pour tout entier naturel n : $u_n > u_{n+1} > 4\,000$
(b) En déduire que la suite (u_n) converge.
4. Pour tout entier naturel n , on considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 4\,000$.
(a) Calculer v_0 .
(b) Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison égale à 0,95.
(c) En déduire que pour tout entier naturel n : $u_n = 4\,000 + 6\,000 \times 0,95^n$
5. En 2020, une espèce animale comptait 10 000 individus. L'évolution observée les années précédentes conduit à estimer qu'à partir de l'année 2021, cette population baissera de 5 % chaque début d'année. Pour ralentir cette baisse, il a été décidé de réintroduire 200 individus à la fin de chaque année, à partir de 2021. Une responsable d'une association soutenant cette stratégie affirme que : « Malheureusement, nous n'empêcherons pas une disparition de plus de la moitié de la population ». Que pensez-vous de cette affirmation ? Justifier la réponse.
Vous décrierez votre démarche. Si vous utilisez un programme, vous devrez l'écrire sur la copie.